

数学 α 課題

下の探究例題を読み、**問 1** から **問 8** までを解きなさい。

探究例題 1 2^{30} は何桁の整数か。ただし、 $\log_{10}2=0.3010$ とする。

《解答》

$$\log_{10}2^{30}=30\log_{10}2=30\times 0.3010=9.03$$

$$\text{よって、} 9 \leq \log_{10}2^{30} < 10 \text{ より、} \quad 10^9 \leq 2^{30} < 10^{10}$$

ゆえに、 2^{30} は 10 桁の整数である。

探究例題 2 $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。ただし、 $\log_{10}2=0.3010$ とする。

《解答》

$$\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{50} = -50\log_{10}2 = -50 \times 0.3010 = -15.05$$

$$\text{よって、} -16 \leq \log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)^{50} < -15 \text{ より、} \quad 10^{-16} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{50} < 10^{-15}$$

ゆえに、 $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ は小数第 16 位に初めて 0 でない数字が現れる。

問 1 3^{40} は何桁の整数か。ただし、 $\log_{10}3=0.4771$ とする。

問 2 $\left(\frac{1}{3}\right)^{60}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。

ただし、 $\log_{10}3=0.4771$ とする。

問 3 次の式を簡単にせよ。

(1) $\frac{1}{2}\log_2 3 + 3\log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt{6}$

(2) $(\log_2 3 + \log_4 9)(\log_3 4 + \log_9 2)$

問4 $\log_{10}2=p$, $\log_{10}3=q$ とするとき, 次の値を p , q で表せ。

- (1) $\log_{10}18$
- (2) $\log_{36}144$
- (3) $\log_{10}25$

問5 次の方程式を解け。

- (1) $\log_{10}(7x-1)=\log_{10}(x-1)+1$
- (2) $(\log_3x)^2-\log_3x^2-3=0$

問6 次の不等式を解け。

- (1) $2+\log_{\frac{1}{3}}x < 3\log_{\frac{1}{3}}x - 4$
- (2) $\log_3(x+2) \geq 1 - \log_3x$

問7 次の問いに答えよ。ただし, $\log_{10}2=0.3010$, $\log_{10}3=0.4771$ とする。

- (1) 6^{30} は何桁の整数か。
- (2) $\left(\frac{1}{12}\right)^{20}$ は小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。

問8 ある培養液の中のバクテリアの数は, 1 時間後にはもとの数の 2 倍になるように増え続ける。バクテリアの数が, 最初の数の 2000 倍を超えるには, 何時間かかるか。ただし, $\log_{10}2=0.3010$ とする。